

Subiecte la testul grilă de Matematică

1. Fie numărul complex $z = 1 + i$. Pentru fiecare $n \in \mathbb{N}$, notăm

$$a_n = \operatorname{Re}(z^n), \quad b_n = \operatorname{Im}(z^n).$$

Atunci raportul $\frac{a_{2017}}{b_{2015}}$ are valoarea:

- (a) -2 ; (b) 2 ; (c) 1 ; (d) 0 .

2. Se consideră punctele $P_n(n; n2^n - 2)$. Numărul $n \in \mathbb{N}$ pentru care aria triunghiului $P_n P_{n+1} P_{n+2}$ are valoarea 12 este:

- (a) nu există; (b) 1 ; (c) 4 ; (d) 2 .

3. Pentru $u \in \mathbb{R}$, se notează cu $[u]$ partea sa întreagă. Mulțimea tuturor valorilor lui $x \in \mathbb{R}$ pentru care $\left[\frac{3x+1}{5}\right]$, $2x+1$, $4x+1$ sunt în progresie aritmetică (în această ordine) este:

- (a) $\left[\frac{3}{4}, 3\right)$; (b) $\left[\frac{4}{3}, 3\right)$; (c) $\left(\frac{4}{3}, 3\right)$; (d) $\left[\frac{4}{3}, 3\right]$.

4. Probabilitatea ca, alegând o funcție $f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$, aceasta să fie injectivă, este:

- (a) $\frac{3}{32}$; (b) $\frac{1}{16}$; (c) $\frac{1}{4^4}$; (d) $\frac{1}{2}$.

5. Valoarea limitei

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2017} + \dots + \frac{(-1)^n}{2017^n}\right)$$

este:

- (a) 2017 ; (b) $\frac{2017}{2018}$; (c) $\frac{2016}{2018}$; (d) $\frac{2018}{2017}$.

6. Fie triunghiul ABC , unde $B(-2; 0)$, $C(6; 0)$, iar A este situat deasupra axei Ox . Mediana AM a triunghiului are lungimea 4 și face un unghi de 60° cu latura BC ($m(\angle BMA) = 60^\circ$). Coordonatele punctului A sunt:

- (a) $(2; 4)$; (b) $(4; 0)$; (c) $(0; 2\sqrt{3})$; (d) $(0; 4\sqrt{3})$.

7. Se consideră funcția derivabilă $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ și o altă funcție $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dată prin relația:

$$g(x) = (x^3 - 4x^2 + 5x - 2) \cdot f(x) + x^2 - 1.$$

Valoarea lui $g'(1)$ este:

(a) 2; (b) 4; (c) 1; (d) 0.

8. Funcția

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & x \geq 0 \\ -x^2 + x, & x < 0 \end{cases}$$

este:

- (a) surjectivă și neinjectivă; (b) nici injectivă, nici surjectivă;
(c) bijectivă; (d) injectivă și nesurjectivă.

9. Suma rădăcinilor polinomului

$$f = x^{2017} + (x - 2)^{2017}$$

este:

- (a) -2016 ; (b) -2017 ; (c) 4034 ; (d) 2017 .

10. Suma parametrilor reali a, b pentru care funcția

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \sqrt[3]{ax^3 + bx^2}$$

admite ca asimptotă oblică la $+\infty$ dreapta $y = x + \frac{1}{3}$ este:

- (a) 1; (b) 2; (c) 3; (d) 0.

11. Fie $\mathcal{C}$ cercul cu centrul în punctul $(1; 1)$, tangent la axele de coordonate. Distanța maximă față de origine a unui punct de pe cercul $\mathcal{C}$ are valoarea:

- (a) $\sqrt{5}$; (b) $\sqrt{3}$; (c) $\sqrt{2} + 1$; (d) $\sqrt{2} - 1$.

12. Toate valorile parametrului real m pentru care ecuația

$$(m - 1)x^2 - (m + 1)x + m + 1 = 0$$

are rădăcină dublă sunt:

- (a) $(1, \infty)$; (b) $\left\{-1, \frac{5}{3}\right\}$; (c) $\left\{1, \frac{5}{3}\right\}$; (d) $\left(1, \frac{5}{3}\right)$.

13. Inversa matricei

$$A = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{1} & \hat{1} & \hat{1} \\ \hat{0} & \hat{1} & \hat{1} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{Z}_2)$$

este:

- (a) $\begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{1} & \hat{1} \\ \hat{1} & \hat{1} & \hat{1} \\ \hat{1} & \hat{1} & \hat{0} \end{pmatrix}$; (b) $\begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{0} & \hat{1} \\ \hat{0} & \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{1} & \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix}$; (c) $\begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{1} & \hat{1} \\ \hat{0} & \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{1} & \hat{1} & \hat{0} \end{pmatrix}$; (d) $\begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{0} & \hat{1} \\ \hat{0} & \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{1} & \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix}$.

14. Care dintre afirmațiile de mai jos este adevărată pentru funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$?

- (a) Pentru $x > e\sqrt{e}$, funcția f este convexă și, pentru $x < e\sqrt{e}$, funcția f este concavă;
(b) Pentru $x < e$, funcția f este convexă și, pentru $x > e$, funcția f este concavă;

- (c) Pentru $x > e$, funcția f este convexă și, pentru $x < e$, funcția f este concavă;
 (d) Pentru $x < e\sqrt{e}$, funcția f este convexă și, pentru $x > e\sqrt{e}$, funcția f este concavă.

15. În triunghiul ABC au loc relațiile: $m(\angle B) = 2m(\angle A)$ și $AC = \sqrt{3}BC$. Atunci:
 (a) $m(\angle A) = 45^\circ$; (b) $m(\angle A) = 120^\circ$; (c) $m(\angle A) = 30^\circ$; (d) $m(\angle A) = 60^\circ$.

16. Domeniul maxim de definiție al funcției $f(x) = \ln(\arcsin x)$ este:
 (a) $[0, 1]$; (b) $[-1, 1]$; (c) $(0, \infty)$; (d) $(0, 1]$.

17. Se consideră grupul comutativ $(\mathbb{R} \setminus \{2017\}, *)$, unde $*$ este legea de compoziție:

$$x * y = (x - 2017)(y - 2017) + 2017.$$

Atunci simetricul elementului 2016 în grupul considerat este:

- (a) $\frac{1}{2016}$; (b) -2016 ; (c) 2018 ; (d) 2016 .

18. Se consideră funcția $f : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}$ dată prin $f(x) = |\sin x|$. Aria suprafeței plane situate între graficul funcției f și dreapta de ecuație $y = 1$ are valoarea:

- (a) $\pi + 1$; (b) π ; (c) $\pi - 2$; (d) $\pi - 1$.

19. Valoarea parametrului $m \geq 0$ astfel încât ecuațiile $\sin^4 x + \cos^4 x = m$ și $\sin^6 x + \cos^6 x = m$ să aibă în $\mathbb{R}$ aceleași soluții este:

- (a) $m = 1$; (b) $m = 2$; (c) $m = 0$; (d) $m = \frac{1}{2}$.

20. Fie sistemul

$$\begin{cases} mx + y + z = 0 \\ x + 2my + z = 0 \\ x + y + mz = 0. \end{cases}$$

Produsul tuturor acelor $m \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul considerat este compatibil nedeterminat are valoarea:

- (a) -1 ; (b) 1 ; (c) 0 ; (d) 2 .

21. Se consideră funcția

$$f(x) = \ln(x^2 - 2x \cos \alpha + 1)$$

pe domeniul maxim de definiție. Toate valorile parametrului $\alpha \in [0, 2\pi]$ pentru care panta tangentei în punctul de abscisă $x = 0$ are valoarea 1 sunt:

- (a) $\left\{\frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right\}$; (b) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right\}$; (c) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right\}$; (d) $\left\{\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right\}$.

22. Mulțimea M a tuturor soluțiilor inecuației

$$3^{(\log_3 x)^3} \leq x$$

este:

- (a) $M = \left(0, \frac{1}{3}\right] \cup [1, 3]$; (b) $M = (1, 3)$; (c) $M = \left[\frac{1}{3}, 1\right) \cup [3, +\infty)$; (d) $M = \emptyset$.

23. Soluția reală a ecuației

$$3x + 6 + \sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{(x+1)^2} = 0$$

apartține mulțimii:

- (a) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$; (b) $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$; (c) $\mathbb{N}$; (d) $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$.

24. Se consideră funcția:

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^2 + xe^{nx}}{1 + e^{nx}}.$$

Să se precizeze care din următoarele afirmații este adevărată:

- (a) f este continuă și derivabilă pe $\mathbb{R}$; (b) f este continuă pe $\mathbb{R}$;
(c) f este continuă și injectivă pe $\mathbb{R}$; (d) f este monoton crescătoare și continuă pe $\mathbb{R}$.

25. Se consideră punctele $A(4; 7)$, $B(2; 4)$, $C(5; 3)$. Dreapta care trece prin punctul A și este perpendiculară pe BC are ecuația:

- (a) $3x + 5y - 18 = 0$; (b) $3x - y - 5 = 0$; (c) $x + 7y - 2 = 0$; (d) $3x + 5y - 1 = 0$.

26. Valoarea limitei

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_{2017}^x \sin \frac{1}{t} dt}{\ln x}$$

este:

- (a) 0; (b) 2017; (c) 1; (d) $\frac{1}{2}$.

27. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} a & a & a \\ a & a & 1 \\ a & 1 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este un parametru real. Dacă rangul matricei este 2,

atunci suma elementelor matricei A are valoarea:

- (a) 3; (b) -3; (c) 9; (d) 15.

28. Fie $a, b > 0$ astfel încât $a^2 + a = b$. Numărul de soluții reale ale ecuației

$$a^x + a^{x+1} + a^{x+2} = b^x + b^{x+1}$$

este:

- (a) 2; (b) 3; (c) 1; (d) 0.

29. Valoarea limitei

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg x + \arctg(2x) + \dots + \arctg(2017x)}{\ln(1+x) + \ln(1+2x) + \dots + \ln(1+2018x)}$$

este:

- (a) $\frac{2017}{2018}$; (b) $\frac{2017}{2019}$; (c) $\frac{2018}{2019}$; (d) 0.

30. Valoarea integralei

$$\int_{\sqrt{3}}^3 \frac{9}{x^4 + 9x^2} dx$$

este:

- (a) $\frac{\sqrt{3}-1}{3} - \ln \frac{3}{2}$; (b) $\frac{\sqrt{3}-1}{3} - \frac{\pi}{12}$; (c) $\frac{6\sqrt{3}-2}{27} - \frac{\pi}{36}$; (d) $\frac{\sqrt{3}-1}{3} - \frac{\pi}{36}$.